Per gli Istituti Tecnici Industriali e Professionali

Potenza elettrica nei circuiti in regime sinusoidale

A cura del Prof. Chirizzi Marco

www.elettrone.altervista.org

2010/2011

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

POTENZA ELETTRICA NEI CIRCUITI IN REGIME SINUSOIDALE

www.elettrone.altervista.org

Potenza elettrica nei circuiti puramente resistivi

Si consideri un generatore di tensione sinusoidale $\boldsymbol{v(t) = V_M \cdot sen(\omega \cdot t)}$ che alimenta un carico puramente resistivo (vedi figura 1).

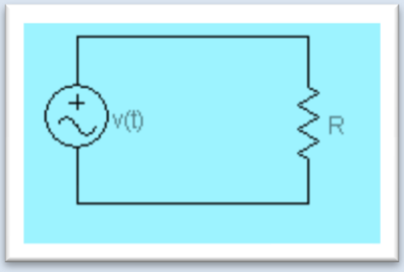

Figura 1. Circuito puramente resistivo.

La corrente $i(t)$ è anch'essa sinusoidale e risulta in fase con la tensione $v(t)$, pertanto possiamo scrivere:

$$\boldsymbol{i(t) = I_M \cdot sen(\omega \cdot t) = \frac{V_M}{R} \cdot sen(\omega \cdot t)}$$

Essendo $\boldsymbol{V_M = V_{eff} \cdot \sqrt{2}}$, $\boldsymbol{I_M = I_{eff} \cdot \sqrt{2}}$, dove V_{eff} e I_{eff} sono rispettivamente il valore efficace della tensione e della corrente, si ha:

$$\boldsymbol{v(t) = V_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t)}$$

$$\boldsymbol{i(t) = I_M \cdot sen(\omega \cdot t) = I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t)}$$

Il prodotto $v(t) \cdot i(t)$ definisce la potenza istantanea $P(t)$. In formula si ha:

$$\boldsymbol{P(t) = V_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t) \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t) = 2V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot sen^2(\omega \cdot t)}$$

La rappresentazione grafica della potenza $P(t)$ è riportata in figura 2. Come si può notare, la potenza istantanea dissipata su un carico puramente resistivo è sempre positiva, quindi è diretta dal generatore al carico e non viceversa. La potenza $P(t)$ è periodica di periodo T_p pari alla metà del periodo della tensione e della corrente. Si dimostra che un rettangolo di base T_p ed altezza $P_m = P_M/2$ ha un'area A uguale a quella sottesa alla curva della potenza istantanea $P(t)$ nel periodo T_p. Il termine P_m rappresenta il valore medio della potenza $P(t)$ dissipata sul carico nel periodo T_p. L'energia fornita al carico resistivo nell'intervallo di tempo T_p è proporzionale all'area A, pertanto la potenza media P_m e quella istantanea permettono al carico di assorbire la stessa energia in un periodo T_p. La potenza media P_m si chiama anche ***potenza attiva*** e si misura in watt.

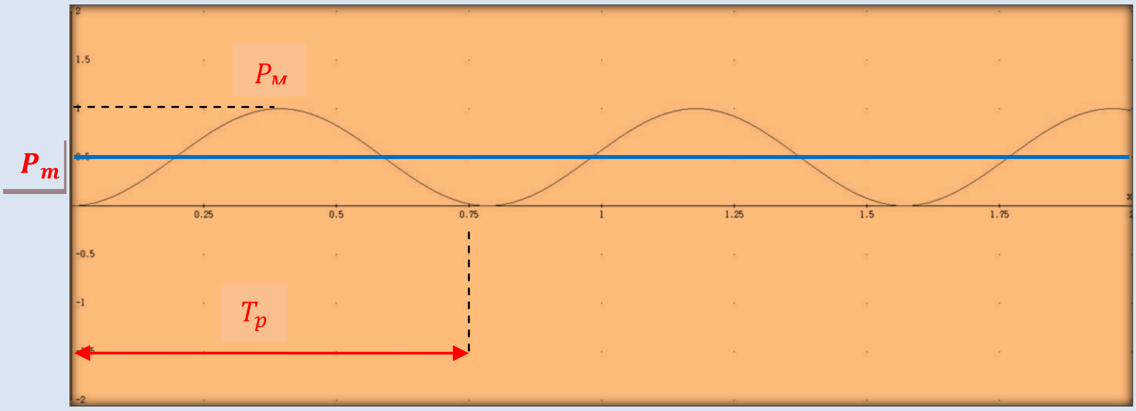

Figura 2. Andamento temporale della potenza istantanea.

In definitiva, per un circuito puramente resistivo, la potenza attiva si calcola come segue:

$$P = \frac{P_M}{2} = 2 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \frac{1}{2} = V_{eff} \cdot I_{eff} \qquad Watt$$

Applicando la legge di Ohm si ricavano le seguenti espressioni equivalenti:

$$P = \frac{V^2{}_{eff}}{R}, \qquad P = R \cdot I^2{}_{eff}$$

Potenza elettrica nei circuiti puramente induttivi

Si consideri un generatore di tensione sinusoidale che alimenta un carico puramente induttivo (vedi figura 3). Si supponga che la fase iniziale della tensione sia $\varphi = \frac{\pi}{2}$. In formula si ha:

$$v(t) = V_M \cdot sen\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = V_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

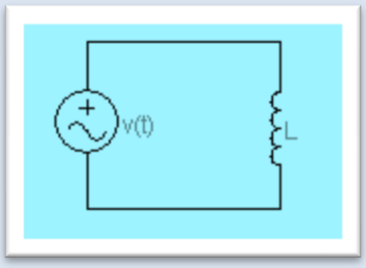

Figura 3. Circuito puramente induttivo.

Si dimostra che per un circuito puramente induttivo il vettore corrente elettrica risulta sfasato di $\frac{\pi}{2}$ in ritardo rispetto al vettore tensione elettrica (vedi figura 4), quindi l'espressione della corrente risulta:

$$i(t) = I_M \cdot sen(\omega \cdot t) = I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t)$$

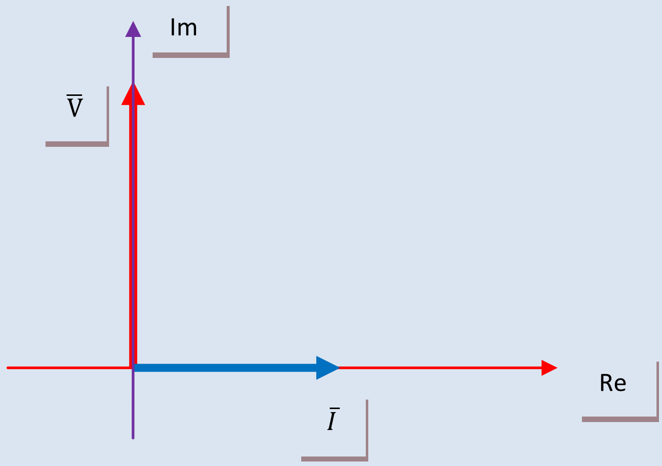

Figura 4. Diagramma vettoriale

La potenza istantanea è data da:

$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = V_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t) =$$

$$= 2 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot sen\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot sen(\omega \cdot t)$$

Sapendo che

$$sen\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = cos(\omega \cdot t), \quad 2 \cdot sen(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) = sen(2 \cdot \omega \cdot t),$$

l'espressione precedente diventa:

$$P(t) = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot sen(2 \cdot \omega \cdot t)$$

il cui andamento nel tempo è sinusoidale con frequenza doppia rispetto a quella della tensione e della corrente. Rispetto al caso precedente, la potenza istantanea che interessa un circuito puramente induttivo assume sia valori positivi che valori negativi. Quando la potenza è positiva viene trasmessa dal generatore al carico e la relativa energia rimane immagazzinata nell'induttore sotto forma di energia magnetica; quando la potenza assume valori negativi, viene trasmessa dall'induttore al generatore ***(si verifica la smagnetizzazione dell'induttore).*** Per un induttore ideale, non esiste il fenomeno dell'isteresi magnetica, ossia non si riscontra energia residua nell'induttore al termine di ogni periodo T, quindi la potenza complessiva risulta nulla. L'induttore ideale, quindi, non assorbe potenza attiva dal generatore, ma si verifica un continuo scambio di energia fra il generatore e l'induttore stesso. Per quantificare tale scambio di energia, si definisce la **potenza reattiva induttiva Q_L**, mediante l'espressione:

$$Q_L = P_M = V_{eff} \cdot I_{eff} \quad (\,\textit{valore massimo della potenza istantanea}\,)$$

la cui unità di misura è il voltampere reattivo (VAR)

Applicando la legge di Ohm, si ricavano le relazioni equivalenti:

$$Q_L = X_L \cdot I^2{}_{eff}, \qquad Q_L = \frac{V^2{}_{eff}}{X_L}$$

Potenza elettrica nei circuiti puramente capacitivi

Si consideri un generatore di tensione sinusoidale che alimenta un carico puramente capacitivo (vedi figura 5).

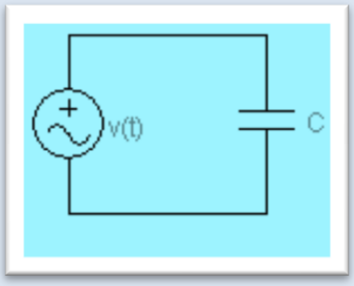

Figura 5. Circuito puramente capacitivo.

Si supponga che la fase iniziale della tensione sia $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. Si dimostra che in un circuito puramente capacitivo il vettore tensione elettrica è sfasato di $\frac{\pi}{2}$ in ritardo rispetto al vettore corrente elettrica (vedi figura 6).

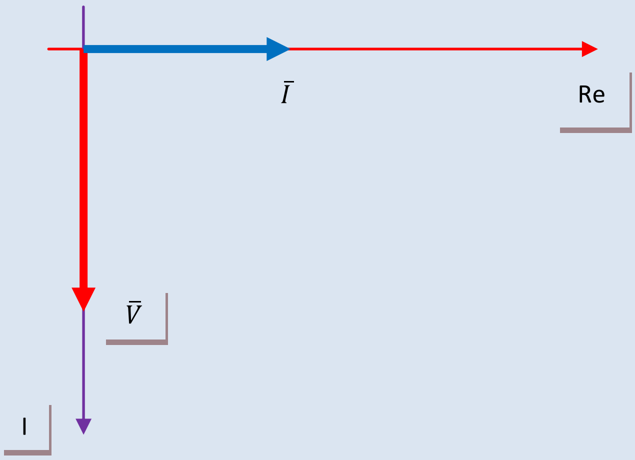

Figura 6. Diagramma vettoriale.

Le espressioni di $v(t)$ e $i(t)$ risultano:

$$v(t) = V_M \cdot sen\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) = V_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i(t) = I_M \cdot sen(\omega \cdot t) = I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t)$$

La potenza istantanea è data da:

$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = V_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot sen(\omega \cdot t) =$$

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

$$2 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot sen\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \cdot sen(\omega \cdot t)$$

Sapendo che

$$sen\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) = -cos(\omega \cdot t), \quad -2 \cdot sen(\omega \cdot t) \cdot cos(\omega \cdot t) = -2 \cdot sen(2 \cdot \omega \cdot t)$$

la potenza istantanea assume la seguente forma funzionale:

$$P(t) = v(t) \cdot i(t) = -2 \cdot V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot sen(2 \cdot \omega \cdot t)$$

L'andamento di $P(t)$ è sinusoidale con frequenza doppia rispetto a quella della tensione e della corrente. Come si può notare osservando l'espressione, la potenza istantanea che interessa un circuito puramente capacitivo assume sia valori positivi che valori negativi. Quando la potenza è positiva viene trasmessa dal generatore al carico e la relativa energia rimane immagazzinata nel condensatore sotto forma di energia elettrostatica; quando la potenza assume valori negativi, viene trasmessa dal condensatore al generatore ***(si verifica la scarica del condensatore).*** Per un condensatore ideale, non esiste il fenomeno della dispersione di energia per effetto Joule, ossia al termine di ogni periodo T, la potenza complessiva risulta nulla perché la potenza che viene trasmessa dal generatore al condensatore coincide con quella rilasciata dal condensatore stesso. Il condensatore ideale, quindi, non assorbe potenza attiva dal generatore, ma si verifica un continuo scambio di energia fra il generatore e il condensatore stesso. Per quantificare tale scambio di energia, si definisce la **potenza reattiva capacitiva** Q_C, mediante l'espressione:

$$Q_C = P_M = -V_{eff} \cdot I_{eff} \quad (\,valore\ massimo\ della\ potenza\ istantanea\,)$$

la cui unità di misura è il voltampere reattivo (VAR). Applicando la legge di Ohm, si ricavano le relazioni equivalenti:

$$Q_C = -X_C \cdot I^2{}_{eff}, \qquad Q_C = -\frac{V^2{}_{eff}}{X_C}$$

Potenza elettrica nei circuiti RL serie

Si consideri il circuito di figura 7 e si ipotizzi che il vettore corrente elettrica $\bar{I}$ abbia fase iniziale nulla. Dall'analisi matematica del circuito si ricava il diagramma vettoriale delle tensioni (***triangolo delle tensioni***) riportato in figura 8. Il resistore R assorbe dalla rete di alimentazione una **potenza attiva P** data da:

$$P = V_R \cdot I = V \cdot I \cdot cos\,\alpha$$

dove $V \cdot cos\,\alpha = V_R$ (***si osservi il triangolo delle tensioni***).

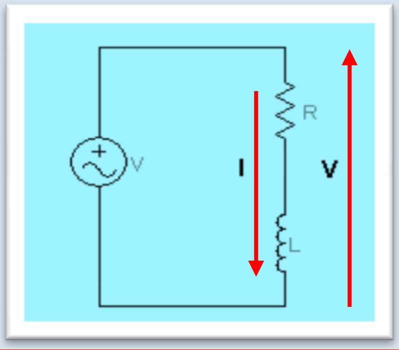

Figura 7. Circuito RL.

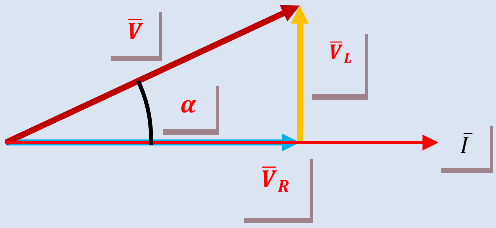

Figura 8. Triangolo delle tensioni

Sull'induttore è impegnata una **potenza reattiva Q** data da:

$$Q = V_L \cdot I = X_L \cdot I^2 = V \cdot I \cdot sen\,\alpha \text{ (\textit{si osservi il triangolo delle tensioni}).}$$

In figura 9 è riportato il diagramma vettoriale delle potenze (***triangolo delle potenze***). Applicando il teorema di Pitagora al triangolo delle potenze, si ha:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(V \cdot I \cdot cos\,\alpha)^2 + (V \cdot I \cdot sen\,\alpha)^2} = \sqrt{V^2 \cdot I^2 \cdot (cos^2\alpha + sen^2\alpha)} = V \cdot I$$

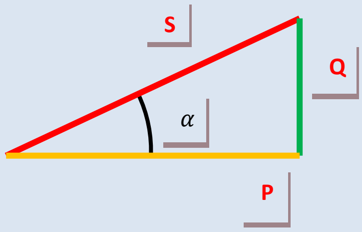

Figura 9. Triangolo delle potenze

Il prodotto $S = V \cdot I$ definisce la **potenza apparente S** la cui unità di misura è il voltampere (VA).

Inoltre si ha:

$$P = S \cdot cos\,\alpha\,, \quad Q = S \cdot sen\,\alpha\,, \quad tg\alpha = \frac{Q}{P}, \quad cos\,\alpha = \frac{P}{S}$$

dove $cos\,\alpha$ prende il nome di fattore di potenza, da cui dipende la potenza attiva P.

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

Potenza elettrica nei circuiti RL parallelo

Anche per i circuiti RL parallelo (vedi figura 10) valgono le stesse espressioni della potenza attiva, reattiva e apparente.

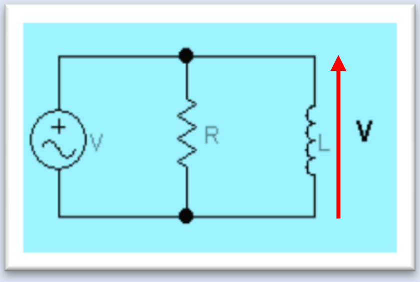

Figura 10. Circuito RL parallelo.

Tenendo conto della conduttanza G, suscettanza induttiva B_L, ammettenza Y, le tre potenze si calcolano come segue:

$$\boldsymbol{P = G \cdot V^2 \qquad Q = B_L \cdot V^2 \qquad S = Y \cdot V^2}$$

dove

$$\boldsymbol{G = \frac{1}{R} \qquad B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega \cdot L} \qquad Y = G - jB_L}$$

Potenza elettrica nei circuiti RC serie

Si consideri il circuito di figura 11 e si ipotizzi che il vettore corrente elettrica $\bar{I}$ abbia fase iniziale nulla. Dall'analisi matematica del circuito si ricava il diagramma vettoriale delle tensioni (***triangolo delle tensioni***) riportato in figura 12. Il resistore R assorbe dalla rete di alimentazione una **potenza attiva P** data da:

$$\boldsymbol{P = V_R \cdot I = V \cdot I \cdot \cos\alpha}$$

dove $\boldsymbol{V \cdot \cos\alpha = V_R}$ (***si osservi il triangolo delle tensioni***).

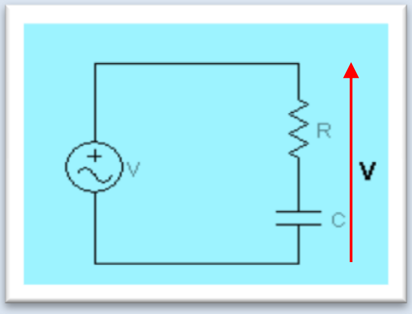

Figura 11. Circuito RC serie.

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

Sul capacitore è impegnata una **potenza reattiva Q** data da:

$$Q = -\,V_C \cdot I = -\,X_C \cdot I^2 = -V \cdot I \cdot sen\,|\alpha| \qquad (\ \textit{si osservi il triangolo delle tensioni}\ ).$$

In figura 13 è riportato il diagramma vettoriale delle potenze (***triangolo delle potenze***). Come nel caso precedente, applicando il teorema di Pitagora al triangolo delle potenze, si ha:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(V \cdot I \cdot cos\,\alpha)^2 + (V \cdot I \cdot sen\,\alpha)^2} = \sqrt{V^2 \cdot I^2 \cdot (cos^2\alpha + sen^2\alpha)} = V \cdot I$$

Inoltre si ha:

$$P = S \cdot cos\,\alpha\,, \qquad Q = S \cdot sen\,\alpha\,, \qquad tg\alpha = \frac{Q}{P}, \qquad cos\,\alpha = \frac{P}{S}$$

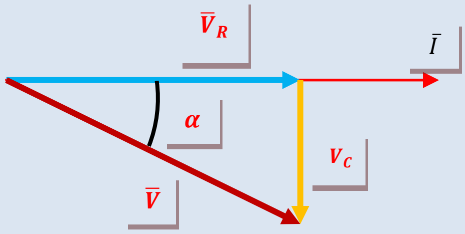

Figura 12. Triangolo delle tensioni.

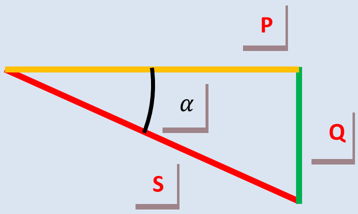

Figura 13. Triangolo delle potenze.

Potenza elettrica nei circuiti RC parallelo

Anche per i circuiti RC parallelo (vedi figura 14) valgono le stesse espressioni della potenza attiva, reattiva e apparente.

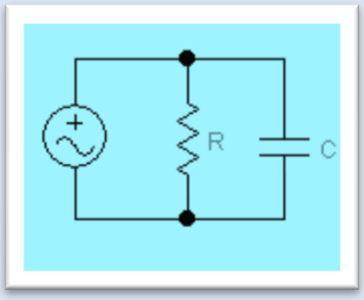

Figura 14. Circuito RC parallelo.

Tenendo conto della conduttanza G, suscettanza capacitiva B_C, ammettenza Y, le tre potenze si calcolano come segue:

$$\boldsymbol{P = G \cdot V^2} \qquad \boldsymbol{Q = -B_C \cdot V^2} \qquad \boldsymbol{S = Y \cdot V^2}$$

dove

$$\boldsymbol{G = \frac{1}{R}} \qquad \boldsymbol{B_C = \frac{1}{X_C} = \omega \cdot C} \qquad \boldsymbol{Y = G + jB_C}$$

Potenza elettrica nei circuiti RLC serie

Si consideri il circuito di figura 14.

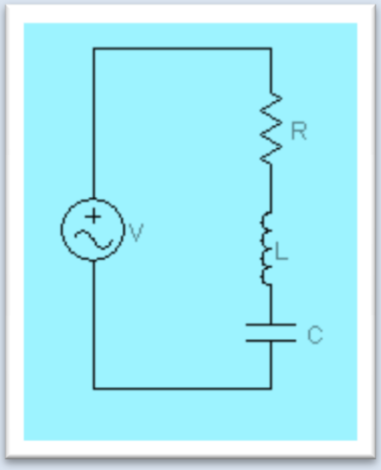

Figura 14. Circuito RLC serie.

Il resistore R assorbe dalla rete di alimentazione una **potenza attiva P** data da:

$$\boldsymbol{P = V_R \cdot I = V \cdot I \cdot \cos\alpha}$$

Le potenze reattive si calcolano come nei casi precedenti, ossia:

$$\boldsymbol{Q_L = V_L \cdot I = X_L \cdot I^2} \quad \textit{potenza reattiva induttiva}$$

$$\boldsymbol{Q_C = -V_C \cdot I = -X_C \cdot I^2} \quad \textit{potenza reattiva capacitiva}$$

La potenza reattiva totale e la potenza apparente sono date da:

$$\boldsymbol{Q_T = Q_L + Q_C = X_L \cdot I^2 - X_C \cdot I^2 = V \cdot I \cdot sen\alpha} \quad \textit{potenza reattiva complessiva}$$

$$\boldsymbol{S = V \cdot I} \quad \textit{potenza apparente}$$

Inoltre, dal triangolo delle potenze (vedi figura 15a,b,c), scaturiscono le seguenti relazioni:

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2{}_T}$$

$$P = S \cdot \cos\alpha\,, \quad Q_T = S \cdot sen\,\alpha\,, \quad tg\alpha = \frac{Q_T}{P}, \quad \cos\alpha = \frac{P}{S}$$

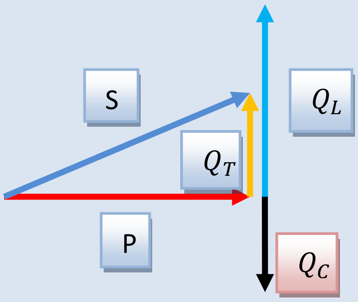

Figura 15a. Triangolo delle potenze

(RLC ohmico – induttivo)

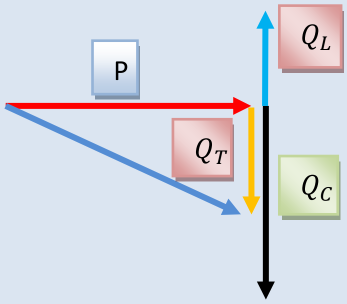

Figura 15b. Triangolo delle potenze

(RLC ohmico – capacitivo)

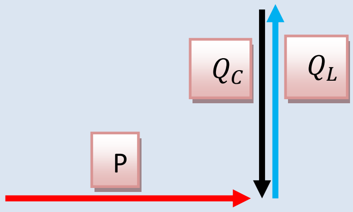

Figura 15 c. Triangolo delle potenze

(RLC puramente ohmico)

Potenza elettrica nei circuiti RLC parallelo

In figura 16 è riportato il circuito RLC parallelo. Anche per questo tipo di circuito, valgono le stesse espressioni delle potenze definite precedentemente.

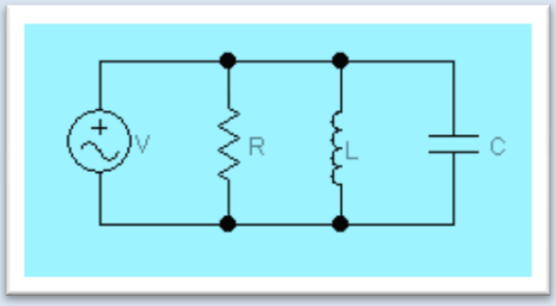

Figura 16. Circuito RLC parallelo.

Considerando la definizione di conduttanza, suscettanza capacitiva, suscettanza induttiva e ammettenza, le tre potenze si calcolano anche nel modo seguente:

$$P = V_R \cdot I = V \cdot I \quad \textit{potenza attiva}$$

$$Q_L = V \cdot I_L = B_L \cdot V^2 \quad \textit{potenza reattiva induttiva}$$

$$Q_C = -V \cdot I_C = -B_C \cdot V^2 \quad \textit{potenza reattiva capacitiva}$$

La potenza reattiva totale e la potenza apparente sono date da:

$$Q_T = Q_L + Q_C = V \cdot (I_L - I_C) = (B_L - B_C) \cdot V^2 \quad potenza\ reattiva\ complessiva$$

$$S = V \cdot I = Y \cdot V^2 \quad potenza\ apparente$$

Esercizio 1.

Dato un resistore $R = 200\Omega$ percorso da una corrente $\bar{I} = (2 + j6)mA$, calcolare la potenza attiva P.

Soluzione

La potenza attiva assorbita dal resistore si calcola come segue:

$$P = R \cdot I^2 eff = 200 \cdot (6,32 \cdot 10^{-3})^2 = 1264 \cdot 10^{-6} \cong 1,26mW$$

dove il valore efficace della corrente è dato da:

$$I_{eff} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 6,32mA$$

Esercizio 2.

Dato un carico di tipo resistivo – induttivo, alimentato con una tensione sinusoidale di valore massimo $V_{max} = 35V$, percorso da una corrente di intensità $I_{eff} = 0.5A$, calcolare la potenza attiva P, la potenza reattiva Q e la potenza apparente S sapendo che il fattore di potenza $\cos\alpha$ è pari a 0.78.

Soluzione

Conoscendo il valore massimo della tensione di alimentazione, si risale al relativo valore efficace:

$$V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{35}{\sqrt{2}} = 25V$$

La potenza attiva è data da:

$$P = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos\alpha = 25 \cdot 0,5 \cdot 0,78 \cong 10\ W$$

Per calcolare la potenza reattiva, bisogna conoscere il valore di $sen\,\alpha$, che si determina come segue:

$$\cos\alpha = 0,78 \quad \rightarrow \quad \alpha = \arccos(0,78) \cong 39° \quad \rightarrow \quad sen\,(39°) = 0,63$$

Quindi si ha:

$$Q = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot sen\,\alpha = 25 \cdot 0,5 \cdot 0,63 \cong 8\,VAR$$

La potenza apparente risulta:

$$S = V_{eff} \cdot I_{eff} = 12,5\,VA$$

Esercizio 3.

Dato un carico di tipo resistivo – induttivo, alimentato con una tensione sinusoidale di valore efficace $V_{eff} = 12V$ assorbe le potenze $P = 20\,W$ e $Q = 10\,WAR$. Calcolare l'intensità della corrente che attraversa il carico, il fattore di potenza e l'impedenza espressa in forma algebrica.

Soluzione

Facendo riferimento al triangolo delle potenze e applicando il teorema di Pitagora si calcola la potenza apparente:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22\,VA$$

Dall'espressione

$$S = V_{eff} \cdot I_{eff}$$

si ricava il valore efficace della corrente:

$$I_{eff} = \frac{S}{V_{eff}} = 1,8\,A$$

Dall'espressione della potenza attiva

$$P = V_{eff} \cdot I_{eff} \cdot cos\,\alpha$$

si ricava il fattore di potenza:

$$cos\,\alpha = \frac{P}{V_{eff} \cdot I_{eff}} = \frac{20}{12 \cdot 1,8} = 0,9$$

Il modulo dell'impedenza è dato da:

$$\overline{|Z|} = \frac{\overline{|V_{eff}|}}{\overline{|I_{eff}|}} = 6,7\,\Omega$$

L'impedenza espressa in forma algebrica si scrive come segue:

$$\overline{Z} = \overline{|Z|} \cdot cos\,\alpha + j \cdot |Z| \cdot sen\,\alpha = \overline{|Z|} \cdot cos\,\alpha + j \cdot |Z| \cdot sen[arccos(0,9)] = (6 + j\,2,9)\,\Omega$$

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

Esercizio 4.

Si consideri un circuito RLC serie e si calcoli la potenza attiva, la potenza reattiva totale, la potenza apparente e il fattore di potenza alla frequenza $f = 1KHz$ e alla frequenza di risonanza f_0, sapendo che $\overline{V} = 12V\ (fase\ 45°)$, $f = 1KHz$, $R = 100\Omega$, $L = 100mH$, $C = 100\mu F$.

Soluzione

Calcoliamo modulo e fase dell'impedenza $\overline{Z}$:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 6,28 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 628\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{6,28 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 1,6\Omega$$

Notiamo che $X_L > X_C$, quindi il circuito risulta ohmico – induttivo alla frequenza di $1KHz$. L'espressione algebrica dell'impedenza è data da:

$$\overline{Z} = R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)$$

mentre modulo e fase risultano:

$$\overline{Z} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = \sqrt{100^2 + (628 - 1,6)^2} \cong 634\Omega$$

$$fase\ di\ \overline{Z} = arctg\left(\frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}\right) = arctg\left(\frac{626}{100}\right) \cong 81°$$

Applicando la legge di Ohm, l'espressione vettoriale della corrente elettrica si determina come segue:

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{V}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}}$$

Calcoliamo modulo e fase del vettore $\overline{I}$:

$$\overline{|I|} = \frac{\overline{|V|}}{\overline{|Z|}} = \frac{12}{634} = 19mA$$

$$fase\ di\ \overline{I} = fase\ di\ \overline{V} - fase\ di\ \overline{Z} = 45° - 81° = -36°$$

Le potenze alla frequenza di $1KHz$ assumono i seguenti valori:

$$P = R \cdot I^2 = 100 \cdot (19 \cdot 10^{-3})^2 = 36mW\ \ potenza\ attiva$$

$$Q_L = X_L \cdot I^2 = 628 \cdot (19 \cdot 10^{-3})^2 = 220mW\ \ \ potenza\ reattiva\ induttiva$$

a cura del Prof. Chirizzi Marco
marco.chirizzi@libero.it

$$Q_C = -X_C \cdot I^2 = -1,6 \cdot (19 \cdot 10^{-3})^2 = -0,6mW \quad potenza\,reattiva\,capacitiva$$

$$Q_T = Q_L + Q_C = 220mW - 0,6mW \cong 219mW \quad potenza\,reattiva\,totale$$

$$S = \sqrt{P^2 + {Q_T}^2} = 222mW \quad potenza\,apparente$$

Calcoliamo il fattore di potenza:

$$cos\alpha = \frac{P}{S} = 0,16 \quad fattore\,di\,potenza$$

La frequenza di risonanza f_0 si calcola come segue:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{6,28 \cdot \sqrt{100 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6}}} \cong 50Hz$$

Quando $f = f_0$ la reattanza complessiva Q_T si annulla e il vettore corrente elettrica assume il massimo valore dato da:

$$\overline{|I|} = \frac{\overline{|V|}}{R} = \frac{12}{100} = 120mA, \qquad fase\,di\,\bar{I} = fase\,di\,\bar{V} = 45°$$

Inoltre si ha:

$$X_L = X_C = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L = 6,28 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,4\Omega$$

$$P = R \cdot I^2 = 100 \cdot (120 \cdot 10^{-3})^2 = 1,44W \quad potenza\,attiva$$

$$Q_L = |Q_C| = X_L \cdot I^2 = 628 \cdot (120 \cdot 10^{-3})^2 = 220mW \quad potenza\,reattiva$$

$$S = \sqrt{P^2 + {Q_T}^2} = P \quad potenza\,apparente$$